La limite de f lorsque x tend vers 0 est obtenue en effectuant le calcul suivant

Pour tout $x \in \mathbb{R}^*$, $f(x) = \dfrac{1 - \sqrt{x^2+1}}{x} = \dfrac{(1 - \sqrt{x^2+1})(1 + \sqrt{x^2+1})}{x(1 + \sqrt{x^2+1})} = \dfrac{(1 - x^2 - 1)}{x(1 + \sqrt{x^2+1})} = \dfrac{-x}{(1 + \sqrt{x^2+1})}$

Or

$\lim\limits_{x \to 0} 1 + \sqrt{x^2+1} = 2$

et

$\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ x>0}} x = 0^+$

et $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ x<0}} x = 0^-$

d'où

$\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ x>0}} f(x) = 0^-$

et $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ x<0}} f(x) = 0^+$

Donc si $m = 0$ alors $f(0) = 0$ et $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ x>0}} f(x) = \lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ x<0}} f(x) = \lim\limits_{x \to 0} f(x) = f(0)$

D'où f est continue en zéro