

Devoir de mathématiques n° 10 - 1èreS

9 avril 2013 - 20 min

Exercice 1

(6 points)

Dans un repère orthonormal, les cercles C_1 et C_2 sont définis respectivement par les équations :

$$x^2 - 4x + y^2 + 2y = 15 \text{ et } (x-3)^2 + (y-2)^2 = 10$$

Déterminer les coordonnées des points d'intersection de C_1 et C_2 .

Exercice 2

(4 points)

A et B sont deux points distincts tels que $AB = 6$ (l'unité étant le centimètre).

Déterminer l'ensemble des points M du plan tels que $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = k$ pour $k = 11$ pour $k = -9$.

(soit I milieu de $[AB]$, on admet que $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = MI^2 - IA^2$)

Ex 1

$$M \in C_1 \cap C_2 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 4x + y^2 + 2y = 15 \\ x^2 + y^2 - 6x - 4y = 10 - 9 - 4 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + y^2 - 4x + 2y = 15 \\ x^2 + y^2 - 6x - 4y = -3 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + y^2 - 4x + 2y = 15 \\ -2x - 6y = -18 \end{cases}$$

$$L_2 \leftarrow L_2 - L_1$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (-3y+9)^2 + y^2 - 4(-3y+9) + 2y = 15 \\ x = -3y + 9 \end{cases} \quad -2x = 6y - 18$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 16y^2 - 40y + 36 = 0 \\ x = -3y + 9 \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} \frac{-6}{16} \quad \frac{-54}{42} \\ \hline \frac{-42}{42} \end{array}$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = 16 - 12 = 4$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = 1 \text{ et } x = 6 \\ \text{ou} \\ y = 3 \text{ et } x = 0 \end{cases}$$

$$y_1 = \frac{4-2}{2} = 1$$

$$y_2 = \frac{4+2}{2} = 3$$

$$\Leftrightarrow M(6; 1) \text{ ou } M(0; 3)$$

Ex 2

$$\vec{MA} \cdot \vec{MB} = 11 \Leftrightarrow \vec{MI}^2 - \vec{IA}^2 = 11$$

$$\Leftrightarrow \vec{MI}^2 = 20$$

$$\Leftrightarrow M \in \mathcal{C}(I; 2\sqrt{5})$$

$$\cos \widehat{IA} = \frac{1}{2} \quad \widehat{AB} = 3$$

$$\vec{MA} \cdot \vec{MB} = -9 \Leftrightarrow \vec{MI}^2 - \vec{IA}^2 = -9$$

$$\Leftrightarrow \vec{MI}^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow M = I$$