Contrôle n°2 *(1 h- B)*

L'usage des calculatrices graphiques est interdit pour ce devoir.

NOM :

Exercice 1: *(4 points)*

Donner la nature des nombres suivants (justifier à l'aide d'un calcul ou d'un raisonnement)

1°) $\sqrt{75}$ $= \sqrt{25 \times 3} = 5\sqrt{3}$ d'où $\sqrt{75} \in \mathbb{R}$

2°) $\sqrt{17} \times 2\sqrt{17}$ $= 2 \times 17 = 34$ d'où $\sqrt{17} \times 2\sqrt{17} \in \mathbb{N}$

3°) $\frac{19}{8}$ $= \frac{19}{93} (= 2{,}375)$ d'où $\frac{19}{8} \in \mathbb{D}$

19 | 8
30 | 2,375
60
40
0

4°) $\frac{3\pi}{18\pi}$ $= \frac{1}{6}$ d'où $\frac{3\pi}{18\pi} \in \mathbb{Q}$

Exercice 2: *(3 points)*
Résoudre dans l'ensemble $\mathbb{N}$ les équations suivantes

1°) $x^2 - 25 = 0$ $\iff (x-5)\cdot(x+5)=0$

$\iff x = 5$ ou $x = -5$

convient ne convient pas

d'où $S = \{5\}$

2°) $x^2 - 3 = 0$ $\iff (x-\sqrt{3})(x+\sqrt{3}) = 0$

$\iff x = \sqrt{3}$ ou $x = -\sqrt{3}$

aucune de ces deux solutions ne convient

d'où $S = \emptyset$

Exercice 3: *(10 points)*
Dans le repère (O,I,J) orthonormé, soient

$A(-\sqrt{2};-2)$ $C(1;1+\sqrt{2})$ $H(-1-\sqrt{2};\sqrt{2})$ $T(2;-1)$

1°) Calculer les coordonnées de K, milieu de $[CA]$

soit $K(x_K ; y_K)$

$\begin{cases} x_K = \dfrac{x_C + x_A}{2} \\ y_K = \dfrac{y_C + y_A}{2} \end{cases} \iff \begin{cases} x_K = \dfrac{1-\sqrt{2}}{2} \\ y_K = \dfrac{1+\sqrt{2}-2}{2} \end{cases}$

$K\left(\dfrac{1-\sqrt{2}}{2} ; \dfrac{\sqrt{2}-1}{2}\right)$.

2°) Calculer les longueurs CH, HA, AT et TC.

$CH^2 = (x_H - x_C)^2 + (y_H - y_C)^2$
$= (-1-\sqrt{2}-1)^2 + (\sqrt{2}-1-\sqrt{2})^2$
$= (-2-\sqrt{2})^2 + 1$
$= 7 + 4\sqrt{2}$

$HA^2 = (x_A - x_H)^2 + (y_A - y_H)^2$
$= (-\sqrt{2}+1+\sqrt{2})^2 + (-2-\sqrt{2})^2$
$= 7 + 4\sqrt{2}$

$AT^2 = (x_T - x_A)^2 + (y_T - y_A)^2$
$= (2+\sqrt{2})^2 + (-1+2)^2$
$= 7 + 4\sqrt{2}$

$TC^2 = (x_C - x_T)^2 + (y_C - y_T)^2$
$= (1-2)^2 + (1+\sqrt{2}+1)^2$
$= 7 + 4\sqrt{2}$

d'où
$CH = HA = AT = TC = \sqrt{7+4\sqrt{2}}$

3°) Que peut-on en déduire pour le quadrilatère CHAT ?

D'où CHAT est un losange

4°) Calculer la longueur CA^2.

$$CA^2 = (x_A - x_C)^2 + (y_A - y_C)^2$$
$$= (-\sqrt{2} - 1)^2 + (-2 - 1 - \sqrt{2})^2$$
$$= 2 + 2\sqrt{2} + 1 + 9 + 6\sqrt{2} + 2$$
$$= 14 + 8\sqrt{2}$$

5°) Que peut-on en déduire pour le triangle CAT ?

d'où $CA^2 = CH^2 + HA^2$

d'après la réciproque du théorème de Pythagore

CAT est rectangle en H

6°) Déduire des questions précédentes la nature exacte du quadrilatère CHAT.

Donc CHAT est un carré

Exercice 4: *(3 points)*
Sur la figure ci-dessous, construire les points suivants
$E(\frac{1}{2};\frac{1}{2})$ dans le repère (A,B,D)
$F(-2;1)$ dans le repère (A,C,D)
$G(\frac{1}{2};2)$ dans le repère (B,A,D)