CORRIGÉ

2012/2013

Contrôle n°8 *(1 h- A)*

2de

L'usage des calculatrices est autorisé pour ce devoir. Toutes les réponses seront soigneusement justifiées. Les figures seront construites avec soin et au crayon. La lecture graphique n'est pas une justification.
Nom

Exercice 1: *(4 points)*
Le plan étant muni d'un repère orthonormé, on considère les points $A(-3;1)$, $B(1;-1)$, $C(3;3)$

2
1°) Donner les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$,$\overrightarrow{AC}$ et ~~$\overrightarrow{AD}$~~ $\overrightarrow{BC}$

0,5 Formule

$\overrightarrow{AB}(x_B - x_A ; y_B - y_A)$ | $\overrightarrow{AC}(x_C - x_A ; y_C - y_A)$ | $\overrightarrow{BC}(x_C - x_B ; y_C - y_B)$

$\overrightarrow{AB}(1-(-3) ; -1-1)$ | $\overrightarrow{AC}(3+3 ; 3-1)$ | $\overrightarrow{BC}(3-1 ; 3+1)$

$\overrightarrow{AB}(4 ; -2)$ | $\overrightarrow{AC}(6 ; 2)$ | $\overrightarrow{BC}(2 ; 4)$

0,5
0,5
0,5

2°) Quelle est la nature du triangle *ABC* ?

2

$AB^2 = 4^2 + (-2)^2 = 20$

$AC^2 = 6^2 + 2^2 = 40$

$BC^2 = 2^2 + 4^2 = 20$

On a $\begin{cases} AB^2 = BC^2 \\ AC^2 = AB^2 + BC^2 \end{cases}$ d'après la réciproque du théorème de Pythagore ABC est un triangle rectangle isocèle en B

Exercice 2: *(11 points)*
Faire une figure dans la feuille donnée en annexe que l'on completera au fur et à mesure des questions.
Les questions sont largement indépendantes.
Dans le repère orthonormé $(O;\vec{i};\vec{j})$
On considère les points $A(4;6)$, $B(-2;-6)$, $C(0,5;-1,5)$, $D(1;-5)$, $G(-1,5;-4,5)$, $K(-1;-4)$ et $L(2;2)$.

1°) Les points *A*, *B* et *C* sont-ils alignés ?

$\overrightarrow{AB}(-2-4 ; -6-6) \iff \overrightarrow{AB}(-6 ; -12)$

$\overrightarrow{AC}(0,5-4 ; -1,5-6) \iff \overrightarrow{AC}(-3,5 ; -7,5)$

$\overrightarrow{BC}\begin{pmatrix} 2,5 \\ 4,5 \end{pmatrix}$

or $-6 \times (-7,5) - (-12) \times (-3,5) = 3 \neq 0$

2

d'où $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ ne sont pas colinéaires

donc A, B et C ne sont pas alignés

2°) Déterminer les coordonnées de *E* tel que *ABDE* soit un parallélogramme.

ABDE parallélogramme $\iff \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{ED}$

2

$\iff \begin{cases} -6 = 1 - x_E \\ -12 = -5 - y_E \end{cases}$

$\iff \begin{cases} -x_E = -7 \\ -y_E = -7 \end{cases}$

$\iff E(+7 ; +7)$

3°) Déterminer les coordonnées de F tel que $\overrightarrow{AF} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BD}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x_F - 4 = 1/3 \times (-6) + (1+2) \\ y_F - 6 = 1/3 \times (-12) + (-5+6) \end{cases}$

2

$\Leftrightarrow \begin{cases} x_F - 4 = -2 + 3 \\ y_F - 6 = -4 + 1 \end{cases}$

$\Leftrightarrow$ $F(5 ; 3)$

4°) Soit H le milieu de $[CG]$. Déterminer les coordonnées de H.

H milieu de $[CG]$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x_H = \dfrac{x_C + x_G}{2} \\ y_H = \dfrac{y_C + y_G}{2} \end{cases}$

1

$\Leftrightarrow \begin{cases} x_H = \dfrac{0,5 - 1,5}{2} \\ y_H = \dfrac{-1,5 - 4,5}{2} \end{cases}$

$\Leftrightarrow H\left(-\frac{1}{2} ; -3\right)$

5°) Déterminer le réel α tel que $\vec{u}(-4; \alpha^2)$ et $\overrightarrow{AB}$ soient colinéaires. $\overrightarrow{AB}(-6, -12)$

1 $\vec{u}$ et $\overrightarrow{AB}$ colinéaires $\Leftrightarrow -6 \times \alpha^2 = -4 \times (-12)$

1 $\Leftrightarrow \alpha^2 = -8$ impossible car un carré est toujours positif

6°) Montrer que $ALFE$ est un parallélogramme.

2 $\overrightarrow{AL}(2-4 ; 2-6) \Leftrightarrow \overrightarrow{AL}(-2 ; -4)$

$\overrightarrow{EF}(5-7 ; 3-7) \Leftrightarrow \overrightarrow{EF}(-2 ; -4)$

d'où $\overrightarrow{AL} = \overrightarrow{EF}$ donc $ALFE$ est un parallélogramme.

Exercice 3: *(5 points)*
ABCD est un parallélogramme

1°) Placer le point E tel que $5\overrightarrow{BE} = 7\overrightarrow{DE}$

$5\overrightarrow{BE} = 7\overrightarrow{DE} \Leftrightarrow 5\overrightarrow{BE} = 7(\overrightarrow{DB} + \overrightarrow{BE})$ (relation de Chasles).

$\Leftrightarrow 5\overrightarrow{BE} - 7\overrightarrow{BE} = 7\overrightarrow{DB}$

$\Leftrightarrow -2\overrightarrow{BE} = 7\overrightarrow{DB}$

$\Leftrightarrow \overrightarrow{BE} = \frac{7}{2}\overrightarrow{BD}$

2°) Placer le point F tel que $\overrightarrow{DF} = \overrightarrow{AB} + \frac{5}{2}\overrightarrow{DB}$

2 pts

3°) Démontrer que $ABFE$ est un parallélogramme.

$\overrightarrow{EF} = \overrightarrow{EB} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{DF}$ (relation de Chasles)

2 points

$= -\frac{7}{2}\overrightarrow{BD} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{AB} + \frac{5}{2}\overrightarrow{DB}$ car $\begin{cases} \overrightarrow{EB} = -\frac{7}{2}\overrightarrow{BD} & (1°) \\ \overrightarrow{DF} = \overrightarrow{AB} + \frac{5}{2}\overrightarrow{DB} & (2°) \end{cases}$

$= \overrightarrow{AB}$

d'où $\overrightarrow{EF} = \overrightarrow{AB}$ donc $ABFE$ parallélogramme